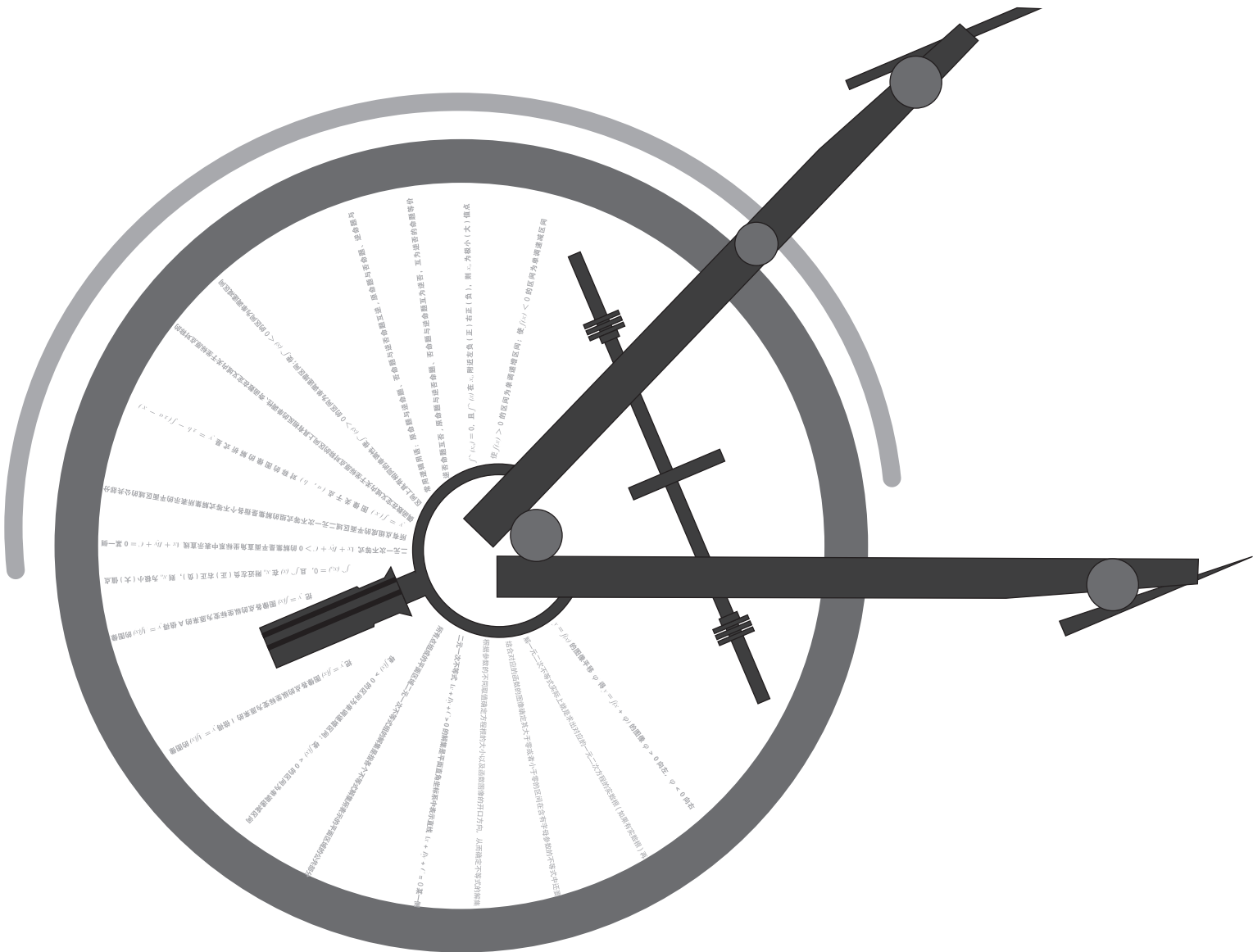




全品 QUANPIN MONI CHONGCIJUAN

B 模拟冲刺卷 信息卷

主编 肖德好

数学

CONTENTS

冲刺信息卷（一）	01
冲刺信息卷（二）	05
冲刺信息卷（三）	09
冲刺信息卷（四）	13
冲刺信息卷（五）	17
参考答案	21



冲刺信息卷（一）

（时间：120 分钟 分值：150 分）

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合 $A = \{-1, 0, 1, 2, 4, 8\}$, $B = \{x \mid 2^x \in A\}$, 则 $\complement_A(A \cap B) =$ ()
- A. $\{0, 8\}$ B. $\{-1, 0, 8\}$
C. $\{-1, 4, 8\}$ D. $\{-1, 0, 4, 8\}$
2. 若复数 z 满足 $\frac{1+i}{z} = 3-4i$, 则 $|z| =$ ()
- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{2}{5}$
C. $\frac{\sqrt{2}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$
3. 已知向量 $a = (3, 4)$, $b = (2, -1)$, 则向量 b 在向量 a 上的投影向量为 ()
- A. $(\frac{6}{25}, \frac{8}{25})$ B. $(6, 8)$
C. $(\frac{6}{5}, \frac{8}{5})$ D. $(4, 2)$
4. 已知函数 $f(x) = -2 \times (\frac{1}{2})^{|x|} + a$, 当 $x \rightarrow +\infty$ (或 $x \rightarrow -\infty$) 时, 其图象无限接近直线 $y = 1$ 但又不与该直线相交, 则 $f(x) < \frac{1}{2}$ 的解集为 ()
- A. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ B. $(-2, 2)$
C. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ D. $(-1, 1)$
5. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n + a_{n+1} = 2n$, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 24 项和 S_{24} 的值为 ()
- A. 144 B. 312
C. 288 D. 156
6. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 若 C 上存在一点 P , 使得 $|PF_1| = \frac{3}{2} |PF_2|$, 则椭圆 C 的离心率的取值范围是 ()
- A. $(0, \frac{1}{5}]$ B. $(0, \frac{1}{2}]$
C. $[\frac{1}{2}, 1)$ D. $[\frac{1}{5}, 1)$
7. 已知函数 $f(x) = \cos 3x - \cos 2x$, $x \in (0, \pi)$, 且 $f(x)$ 有两个零点 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$, 则 ()
- A. $\frac{\pi}{5} \in \{x_1, x_2\}$ B. $x_2 = 3x_1$
C. $\cos x_1 + \cos x_2 = \frac{1}{2}$ D. $\cos x_1 \cos x_2 = -\frac{1}{4}$
8. 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 3$, $AD = \sqrt{3}$, M 为边 DC 上一点且 $DM = 1$, AM 与 BD 交于点 Q , 将 $\triangle ADM$ 沿着 AM 折起, 使得点 D 折到点 P 的位置, 则 $\sin \angle PBQ$ 的最大值是 ()
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9. 某厂近几年陆续购买了几台 A 型机床, 该型机床已投入生产的时间 x (单位: 年) 与当年所需要支出的维修费用 y (单位: 万元) 之间有如下统计数据:

x	2	3	4	5	6
y	2.2	3.8	5.5	6.5	7

根据表中的数据可得到经验回归方程为 $\hat{y} = 1.23x + \hat{a}$, 则 ()

- A. $\hat{a} = 0.08$
B. y 与 x 的样本相关系数 $r > 0$
C. 表中维修费用的第 60 百分位数为 6
D. 该型机床已投入生产的时间为 10 年时, 当年所需要支出的维修费用一定是 12.38 万元
10. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 函数 $F(x) = f(1+x) - (1+x)$ 为偶函数, 函数 $G(x) = f(2+3x) - 1$ 为奇函数, 则下列说法正确的是 ()
- A. 函数 $f(x)$ 的图象的一个对称中心为 $(2, 1)$
B. $f(0) = -1$
C. 函数 $f(x)$ 为周期函数, 且一个周期为 4
D. $f(0) + f(1) + f(2) + f(3) + f(4) = 5$
11. 某区域仅有东西向或南北向道路, 某人从区域中心出发后又回到原点, 且路途中不经过重复区域, 已知此人左转 100 次, 则其右转次数可以是 ()
- A. 98 B. 96 C. 102 D. 104

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 $\sqrt{10}$, 直线 $y = 3$ 与 C 交于 A, B 两点且 $|AB| = 2\sqrt{2}$, 则 C 的方程为_____.
13. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $a = 2\sqrt{3}b \sin C$, 若 $A = \frac{\pi}{6}$, 则 $\frac{b^2 + c^2}{bc} =$ _____.
14. 一条直线与函数 $f(x) = \ln x$ 和 $g(x) = e^x$ 的图象分别相切于点 $P(x_1, y_1)$ 和点 $Q(x_2, y_2)$, 则 $(x_1 - 1)(x_2 + 1)$ 的值为_____.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

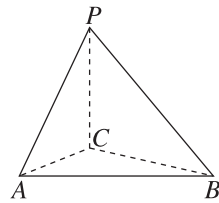
15. (13 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 且满足 $a_{2n} = 2a_n + 1 (n \in \mathbf{N}^*)$.
- (1) 若 $a_1 = 1$, 求 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n ;
- (2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $\frac{5}{b_2} - \frac{1}{b_1} = \frac{3}{4}$, 且数列 $\{a_n \cdot b_n\}$ 的前 n 项和 $T_n = (3n - 4) \cdot 2^{n+1} + 8$, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式.



16. (15 分) 如图所示, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $CP=CA=CB$, 平面 $PAC \perp$ 平面 ABC , 平面 $PBC \perp$ 平面 ABC .

(1) 证明: $PC \perp$ 平面 ABC ;

(2) 若 $\angle ACB$ 为钝角, 且二面角 $B-PA-C$ 的大小为 45° , 求 $\cos \angle ACB$.



17. (15 分) 已知函数 $f(x) = \sin x$.

(1) 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) \leq ax$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若 $0 < \alpha < \beta < \frac{\pi}{2}$, 求证: $f(\beta) - f(\alpha) < (\beta - \alpha) \cos \alpha$.

18. (17 分) 已知 F 为抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点, O 为坐标原点, 过焦点 F 作一条直线 l_0 交 C 于 A, B 两点, 点 M 在 C 的准线 l 上, 且直线 MF 的斜率为 -1 , $\triangle OFM$ 的面积为 1.

(1) 求抛物线 C 的方程.

(2) 试问在 l 上是否存在定点 N , 使得直线 NA 与 NB 的斜率之和等于直线 NF 斜率的平方? 若存在, 求出点 N 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

(3) 过焦点 F 且与 x 轴垂直的直线 l_1 与抛物线 C 交于 P, Q 两点, P 在 Q 上方, 求证: 直线 AP 与 BQ 的交点在一条定直线上.

19. (17 分) 某商场为吸引顾客, 设计了一个趣味小游戏, 地面上画有边长为 1 的小正方形网格, 游戏参与者从网格的某一个顶点出发, 每一步沿一个小正方形的对角线向右上方或右下方移动, 如图所示. 已知游戏参与者每步选择向右上方或者向右下方行走是等可能的, 且每步行走方向的选择是相互独立的.

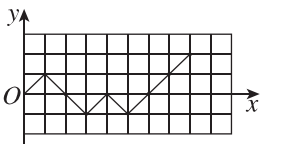
(1) 商场规定: 某顾客从 $O(0, 0)$ 出发, 沿小正方形的对角线向右上方走一步得 1 分, 向右下方走一步得 -1 分, 当他走完第四步时, 得分为 X , 求 X 的分布列.

(2) 商场制订了一个游戏规则: 若顾客和老板都从 $O(0, 0)$ 出发, 走到点 $B_n(2n+3, 2n-1) (n \in \mathbf{N}^*)$ 的位置. 设走完第 i 步时, 顾客位于点 $E_i(x_i, y_i)$, 老板位于点 $F_i(x_i, y'_i)$, 其中 $1 \leq i \leq 2n+3$ 且 $i \in \mathbf{N}^*$. 若对任意 $1 \leq i \leq 2n+3$ 且 $i \in \mathbf{N}^*$ 都有 $y_i \geq y'_i$, 则认为顾客方获胜. 记顾客获胜的概率为 P_n .

(i) 当 $n=3$ 时, 求顾客获胜的概率 P_3 ;

(ii) 求 P_n , 并说明顾客和老板在游戏中哪一方获胜的概率更大.

参考公式: $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.



冲刺信息卷（一） 答题卡

班 级：_____

姓 名：_____

得 分：_____

一、选择题

本题得分：_____

1. ☐A ☐B ☐C ☐D

3. ☐A ☐B ☐C ☐D

5. ☐A ☐B ☐C ☐D

7. ☐A ☐B ☐C ☐D

2. ☐A ☐B ☐C ☐D

4. ☐A ☐B ☐C ☐D

6. ☐A ☐B ☐C ☐D

8. ☐A ☐B ☐C ☐D

二、选择题

本题得分：_____

9. ☐A ☐B ☐C ☐D

11. ☐A ☐B ☐C ☐D

10. ☐A ☐B ☐C ☐D

请在各题目的答题区作答,超出黑色矩形框限定区的答案无效

三、填空题

本题得分：_____

12. _____

13. _____

14. _____

考生请勿在此区域作答

请在各题目的答题区作答,超出黑色矩形框限定区的答案无效

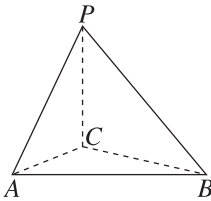
四、解答题

本题得分：_____

15. (13 分)

请在各题目的答题区作答,超出黑色矩形框限定区的答案无效

16. (15 分)



请在各题目的答题区作答,超出黑色矩形框限定区的答案无效

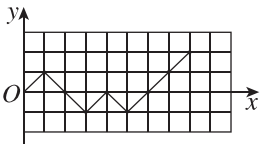
17. (15 分)

请在各题目的答题区作答,超出黑色矩形框限定区的答案无效

18. (17 分)

请在各题目的答题区作答,超出黑色矩形框限定区的答案无效

19. (17 分)



请在各题目的答题区作答,超出黑色矩形框限定区的答案无效